

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini siswa diharapkan mampu:

- Mengenal dan menyebutkan bidang, rusuk, diagonal bidang, diagonal ruang, bidang diagonal, dan tinggi prisma dan limas tegak;
- Menggambar prisma dan limas tegak;
- Menggambar jaring-jaring prisma dan limas tegak, serta menghitung luas permukaannya;
- Menemukan rumus dan menghitung volume prisma dan limas tegak;
- Merancang prisma dan limas tegak untuk volume tertentu;
- Menghitung besar perubahan volume bangun prisma dan limas tegak jika ukuran rusuknya berubah.



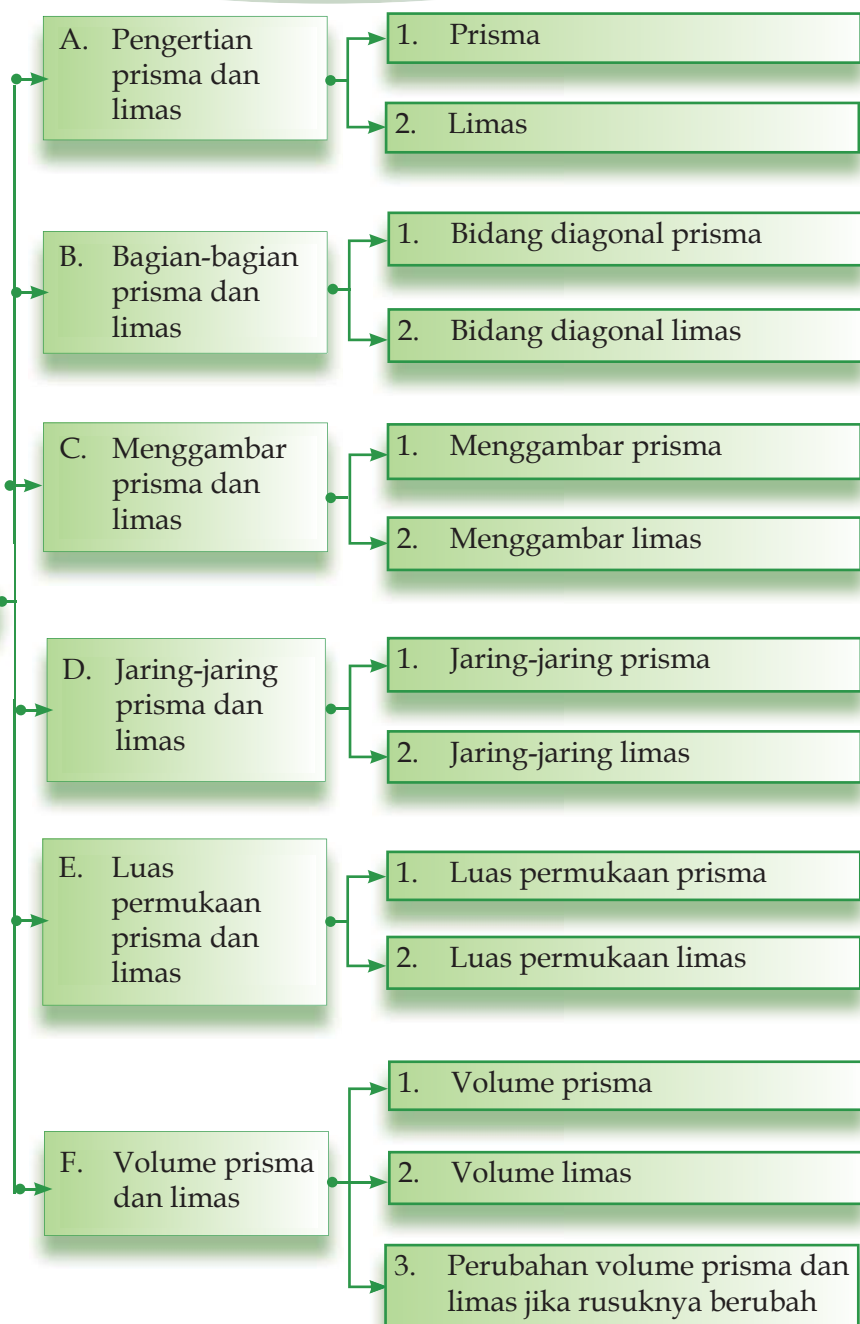
Sumber : Encarta

Bangunan piramida merupakan salah satu dari tujuh keajaiban dunia. Betapa tidak, bangunan megah dan indah ini dibangun pada zaman Mesir kuno, tepatnya berada di Gizeh. Orang-orang pada zaman itu tentu memiliki pengetahuan yang sangat terbatas mengenai bangun ruang. Rusuk alas piramida tersebut sebesar 230 m dan tingginya sekitar 146 m. Dapatkah kalian menghitung luas permukaan piramida tersebut?

Konsep dasar piramida menyerupai bangun ruang limas. Oleh karena itu, cara menghitung luas piramida dapat menggunakan rumus luas limas. Masih ingatkah cara menghitung luas limas? Mari kita mengingatkannya kembali pada pembahasan berikut!

Peta konsep

Prisma dan limas

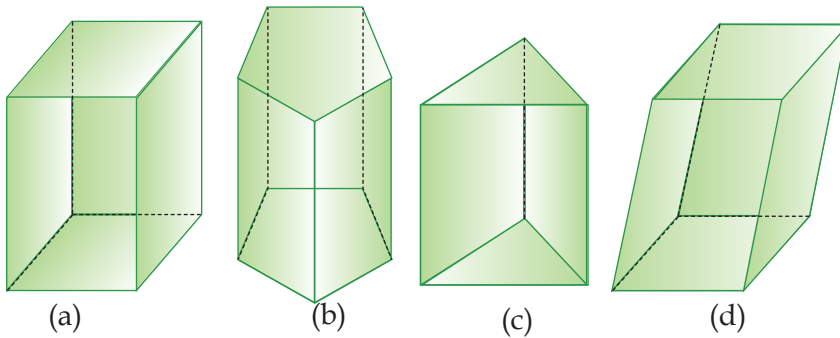


A Pengertian Prisma dan Limas

Pada pembahasan sebelumnya, kalian telah mempelajari bangun ruang kubus dan balok. Sedangkan pada pembahasan kali ini kita akan mempelajari bentuk bangun ruang yang lain, yaitu prisma dan limas. Apakah yang dimaksud dengan bangun ruang prisma dan limas?

1 Prisma

Perhatikan gambar bangun ruang berikut!



Bangun-bangun ruang di atas semuanya mempunyai dua bidang yang sejajar serta bidang-bidang lainnya berpotongan menurut garis-garis yang sejajar. Bangun-bangun ruang seperti inilah yang dinamakan prisma. Jadi prisma adalah bangun ruang yang memiliki sepasang bidang sejajar dan kongruen yang merupakan alas dan tutup. Sedangkan bidang-bidang lainnya diperoleh dengan menghubungkan titik-titik sudut dari dua bidang yang sejajar.

Jenis prisma ada beberapa macam yang diberi nama sesuai bentuk alas prisma. Contoh, gambar (a) dinamakan prisma segi empat karena dua bidang yang sejajar berupa segi empat. Gambar (b) dinamakan prisma segilima, sedangkan gambar (c) dinamakan prisma segitiga.

Jika kita perhatikan semua prisma (a), (b), dan (c) mempunyai rusuk-rusuk yang tegak. Prisma seperti ini dinamakan prisma tegak. Sebaliknya jika kita perhatikan gambar prisma (d) mempunyai rusuk-rusuk tidak tegak lurus dengan alas dan tutupnya. Prisma seperti ini dinamakan prisma miring. Pada bab ini, kita akan membahas prisma tegak saja.

Tokoh

Plato adalah seorang filosof Yunani yang mencoba menerangkan alam semesta dengan mengkaji lima buah

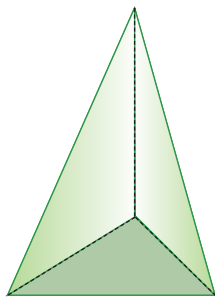


bangun ruang, yang selanjutnya dikenal dengan nama 'bangun-bangun ruang Platonik'.

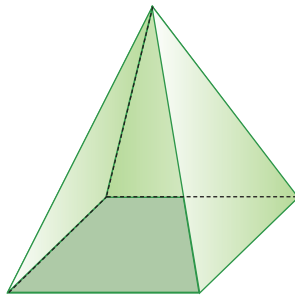
(Sumber: Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia)

2) Limas

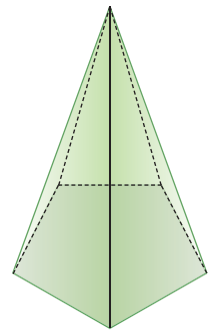
Sekarang perhatikan bangun-bangun ruang di bawah ini!



(a)



(b)



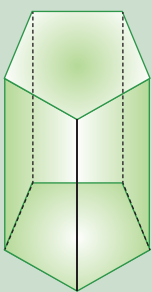
(c)

Bangun-bangun ruang di atas memiliki satu bidang sebagai alas, sedangkan bidang-bidang lainnya berbentuk segitiga yang bertemu pada satu titik puncak. Bangun ruang seperti inilah yang dinamakan limas.

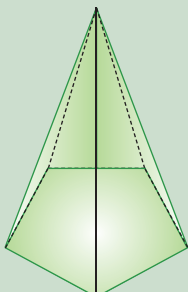
Jenis limas ada beberapa macam dan diberi nama sesuai dengan bentuk bidang alasnya. Misalnya, gambar (a) dinamakan limas segitiga, gambar (b) disebut limas segiempat, sedangkan gambar (c) dinamakan limas segilima. Dapatkah kamu menyebutkan bentuk limas yang lain?

Latihan Soal

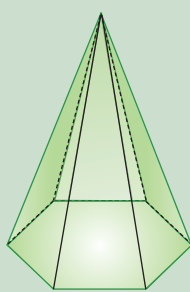
1. Sebutkanlah nama-nama dari bangun ruang di bawah ini!



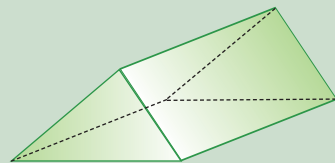
(a)



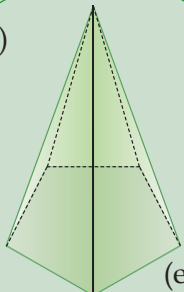
(b)



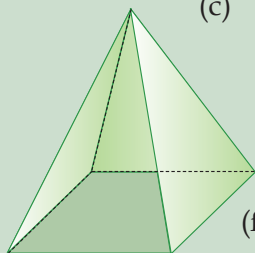
(c)



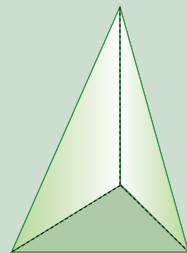
(d)



(e)

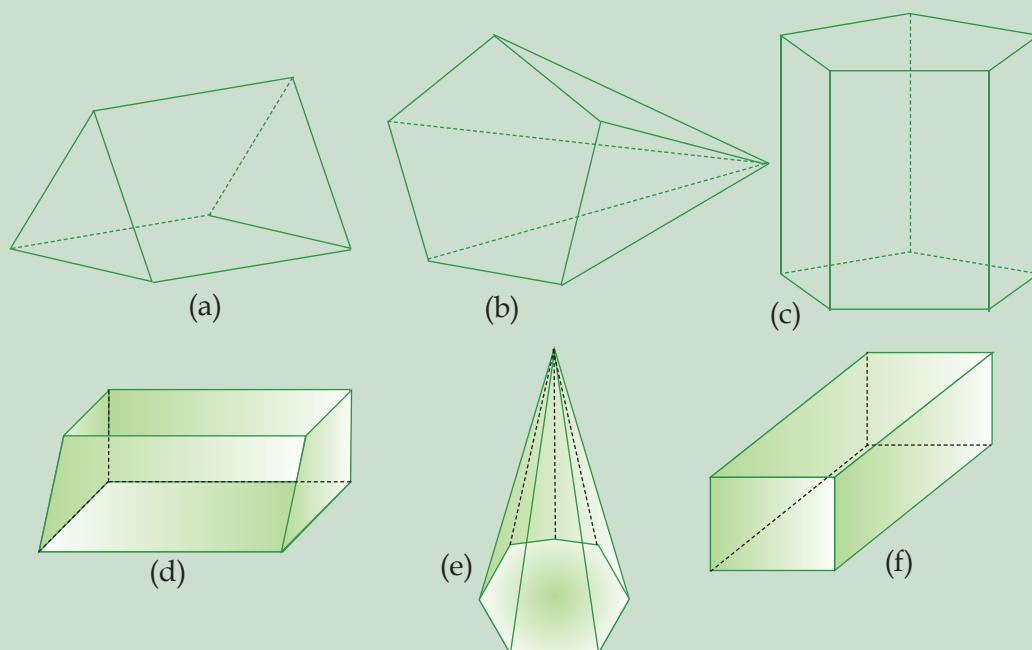


(f)



(g)

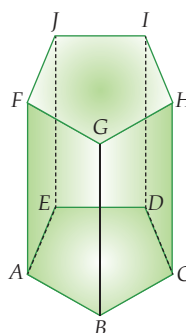
2. Sebutkanlah nama-nama dari bangun ruang di bawah ini!



B Bagian bagian Prisma dan Limas

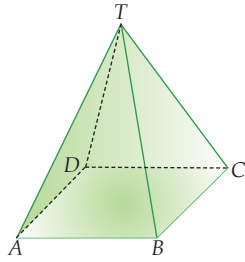
Cobalah ingat kembali definisi-definisi dari bidang, rusuk, titik sudut, diagonal bidang, dan diagonal ruang sebuah bangun ruang. Kemudian, pelajarilah contoh yang membahas prisma berikut ini.

Gambar di samping adalah prisma segilima $ABCDE.FGHIJ$. Bidang pada prisma tersebut adalah $ABCDE$ (bidang alas) dan $FGHIJ$ (bidang tutup) yang berbentuk segilima. Sedangkan bidang-bidang tegaknya, yaitu $ABGF$, $BCHG$, $CDIH$, $DEJI$, dan $EAFJ$ yang berbentuk persegi panjang.



Jumlah rusuk pada prisma segilima ini adalah 15 buah, dengan rusuk tegaknya adalah AF , BG , CH , DI , dan EJ . Sedangkan rusuk-rusuk lainnya adalah AB , BC , CD , DE , EA , FG , GH , HI , JF , dan IJ .

Selanjutnya, pelajarilah contoh limas berikut ini.



Gambar di samping adalah limas segiempat $T.ABCD$.

Bidang alas limas tersebut, yaitu $ABCD$, berbentuk segiempat, serta bidang-bidang tegak lainnya, yaitu TAB , TBC , TCD , dan TAD berbentuk segitiga.

Jumlah rusuk limas segiempat ini adalah 8 buah. Rusuk tegaknya adalah TA , TB , TC , dan TD , sedangkan rusuk-rusuk lainnya adalah AB , BC , CD , dan DA .

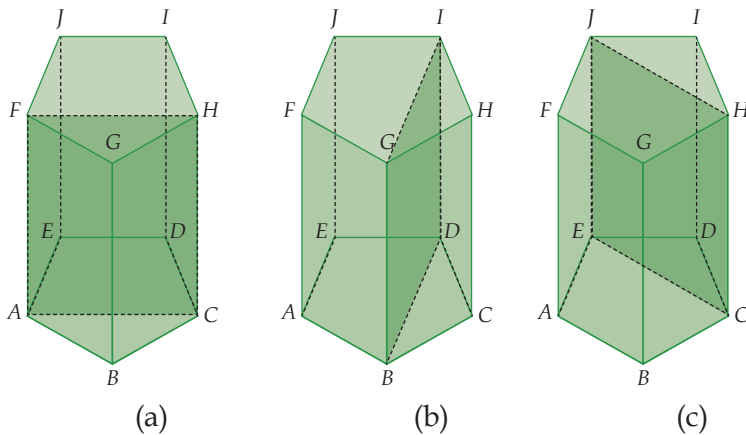
Tugas

Dari kedua contoh yang membahas tentang bagian-bagian prisma dan limas di atas, adakah bagian prisma dan limas yang belum dibahas?

Coba sebutkan semua titik sudut, diagonal bidang, dan diagonal ruang prisma dan limas pada kedua contoh tersebut. Jika kamu dapat menyebutkannya, berarti kamu telah memahami bagian-bagian prisma dan limas dengan baik.

1 Bidang Diagonal Prisma

Perhatikan gambar berikut ini!



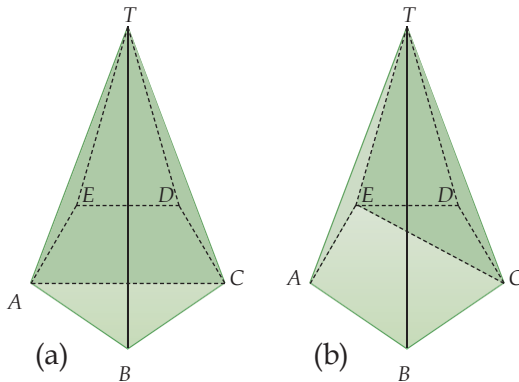
Gambar di atas merupakan gambar prisma segilima beraturan $ABCDE.FGHIJ$. Bidang $ACHF$ pada gambar (a) merupakan bidang diagonal prisma yang dibatasi oleh dua buah diagonal bidang, serta dua buah rusuk tegak. Bidang seperti $ACHF$ inilah yang dinamakan dengan bidang diagonal prisma. Dapatkah kamu menyebutkan bidang diagonal lainnya selain bidang $ACHF$ pada prisma di atas? Coba kalian tunjukkan! Berapa banyak bidang

diagonal lainnya yang dapat kamu temukan?

Perhatikan kembali bidang diagonal $ACHF$ pada gambar (a). Bidang ini dibatasi oleh diagonal bidang AC dan FH yang saling sejajar dan sama panjang, serta dua rusuk tegak AF dan CH yang sejajar, sama panjang, dan tegak lurus dengan bidang alas dan tutup, maka bentuk dari bidang diagonal $ACHF$ adalah persegi panjang. Selidikilah bentuk bidang diagonal yang lainnya!

2) Bidang Diagonal Limas

Perhatikan gambar di berikut!



Gambar di atas merupakan gambar limas segilima beraturan $T.ABCDE$. Bidang TAC pada gambar (a) dan bidang TEC pada gambar (b) merupakan bidang diagonal limas $T.ABCDE$. Bidang diagonal limas dibatasi oleh satu buah diagonal bidang dan dua buah rusuk limas.

Dari gambar, terlihat bahwa bidang diagonal limas berbentuk segitiga dengan sisi alas merupakan diagonal bidang alas limas tersebut.

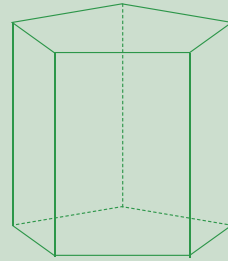
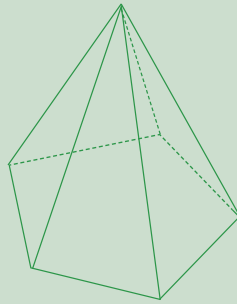
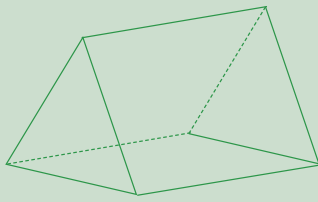
Tokoh

Leonhard Euler (1707-1783) adalah matematikawan yang menyatakan bahwa terdapat hubungan diantara banyaknya titik sudut, banyaknya rusuk, dan banyaknya bidang dari bangun ruang tersebut. Ia mengemukakan bahwa $e-k+f=2$, dimana e adalah banyaknya titik sudut, k banyaknya rusuk, dan f banyaknya sisi.



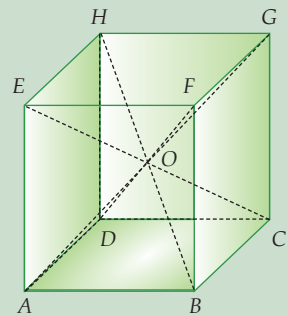
Latihan Soal

1. Tentukan banyaknya bidang tegak, bentuk alasnya, dan banyaknya rusuk dari bangun ruang berikut

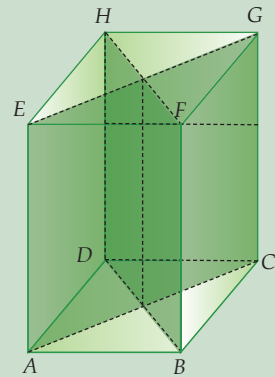


2. Jiplaklah semua bangun ruang pada soal nomor 1, kemudian gambarlah salah satu bidang diagonal dari masing-masing bangun ruang tersebut!

3. Pada gambar di samping, kubus $ABCD.EFGH$ dipotong berdasarkan semua diagonal ruang dari kubus tersebut, sehingga terbentuk beberapa limas dengan titik puncak O .
- Berapakah banyaknya limas yang terbentuk?
 - Sebutkanlah nama-nama limas yang terbentuk!



4. Pada gambar di samping, balok $ABCD.EFGH$ dipotong berdasarkan bidang diagonal $ACGE$ dan $BDHF$, sehingga terbentuk beberapa prisma.
- Berapakah banyaknya prisma yang terbentuk?
 - Apa bentuk bidang alas dan bidang tutupnya?
 - Sebutkan nama-nama prisma yang terbentuk tersebut!



C Menggambar Prisma dan Limas

Untuk mempermudah kita dalam menggambar bangun ruang prisma dan limas, sebaiknya kita menggunakan kertas berpetak.

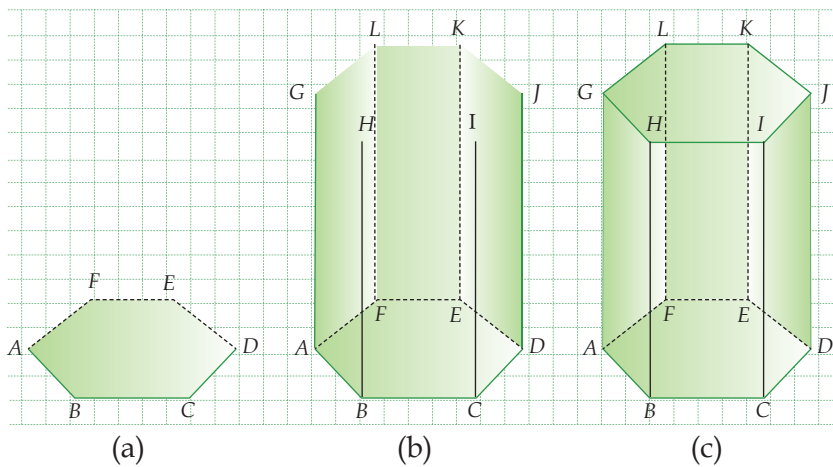
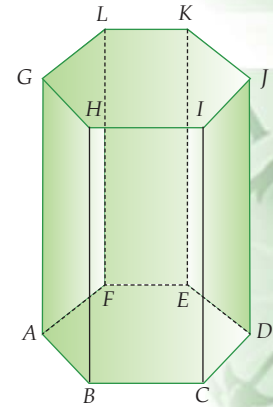
1 Menggambar Prisma

Untuk menggambar sebuah prisma, ada beberapa hal yang perlu kita perhatikan, yaitu:

- Terdapat dua bidang yang sejajar dan kongruen (bentuk dan ukurannya sama) yaitu bidang alas dan bidang tutup.
- Rusuk-rusuk tegak pada prisma panjangnya sama.
- Rusuk-rusuk yang tidak terlihat oleh pandangan, digambar dengan garis putus-putus.

Berdasarkan ketiga hal di atas, marilah kita menggambar sebuah prisma, misalnya prisma segienam $ABCDEF.GHIJKL$. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

- Gambar bidang alas terlebih dahulu, yaitu bidang $ABCDEF$ (gambar (a)). Garis AF , FE , dan ED digambar dengan garis putus-putus.
- Gambar rusuk tegak AG , BH , CI , DJ , EK , dan FL dengan ukuran yang sama panjang (gambar (b)). Garis EK dan FL digambar dengan garis putus-putus.
- Terakhir gambar bidang tutup, yaitu bidang $GHIJKL$, dengan cara menghubungkan titik-titik G , H , I , J , K dan L gambar (c).

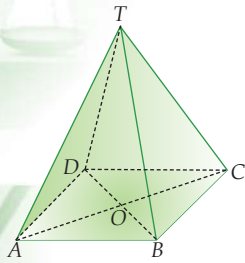


2 Menggambar Limas

Ada beberapa hal yang perlu kalian perhatikan saat menggambar sebuah limas, yaitu:

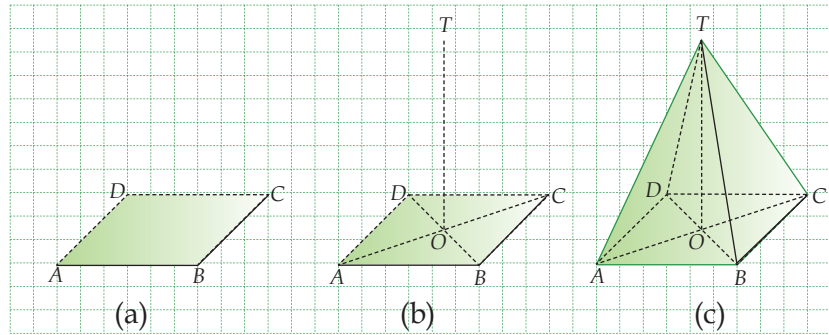
- Terdapat bidang alas yang berupa bangun datar, seperti segitiga, persegi, persegi panjang, atau bangun datar lainnya.
- Terdapat garis tinggi limas, yaitu garis yang tegak lurus dengan bidang alas dan melalui titik puncak limas.
- Rusuk-rusuknya sama panjang dan ujungnya bertemu pada titik puncak.

- d. Rusuk-rusuk yang tidak terlihat oleh pandangan, digambar dengan garis putus-putus.



Berdasarkan hal-hal di atas, mari kita menggambar sebuah limas, misalnya limas segi empat T.ABCD. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

1. Gambar bidang alas terlebih dahulu, yaitu bidang ABCD (gambar (a)). Garis AD dan CD digambar dengan garis putus-putus.
2. Buat garis tinggi limas, yaitu TO dengan O adalah titik perpotongan diagonal bidang alas (gambar (b)).
3. Gambar rusuk-rusuk TA, TB, TC dan TD dengan cara menghubungkan masing-masing titik sudut bidang alas, yaitu A, B, C, dan D, dengan titik T (gambar(c)).



Latihan Soal

Kerjakan soal-soal berikut pada kertas berpetak!

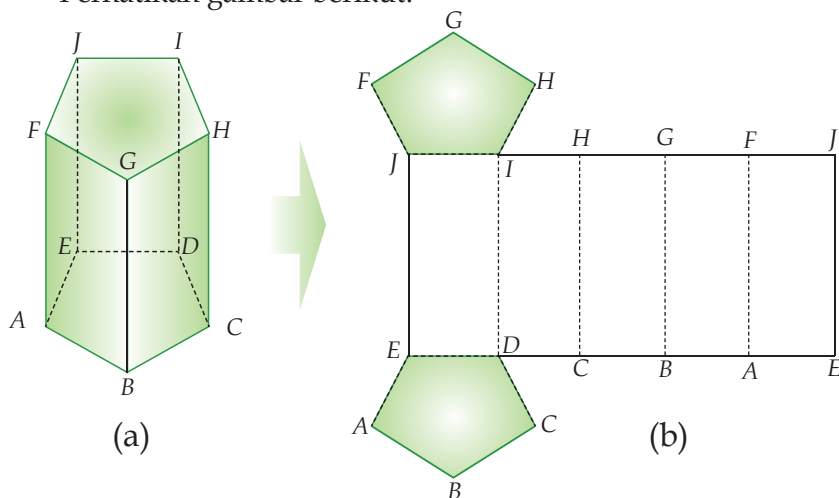
1. Gambarlah prisma segitiga sebarang dengan tinggi prisma 5 satuan. Arsirlah bidang alas dan tutupnya!
2. Gambarlah prisma trapesium dengan tinggi prisma 7 satuan. Berilah nama pada prisma tersebut. Kemudian, sebutkanlah kelompok rusuk-rusuk yang sejajar dan kelompok rusuk-rusuk yang saling berpotongan!
3. Gambarlah limas segiempat dengan panjang alas 5 satuan dan tinggi limas 6 satuan. Arsirlah bidang alasnya!
4. Gambarlah limas segienam dengan tinggi prisma 8 satuan. Berilah nama pada limas tersebut, kemudian sebutkanlah rusuk-rusuk tegak dari limas tersebut!
5. Gambarlah prisma segienam dengan tinggi 3 kali panjang alas dan limas segitiga dengan alas 4 satuan serta tinggi 6 satuan!

D aring aring Prisma dan Limas

Pada subbab ini, kita akan membahas tentang jaring-jaring prisma dan limas. Ingatlah kembali pengertian jaring-jaring suatu bangun ruang yang telah kita bahas pada bab sebelumnya.

1) Jaring-Jaring Prisma

Perhatikan gambar berikut!



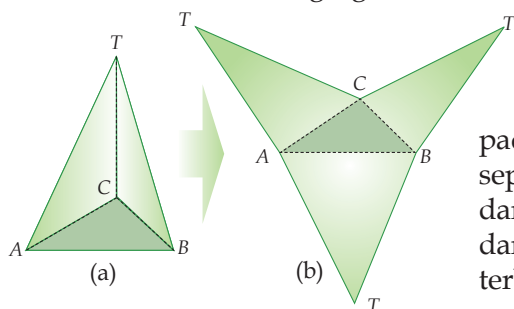
Jika prisma segilima $ABCDE.FGHIJ$ pada gambar (a) kita iris sepanjang rusuk $EA, AB, BC, CD, JF, FG, GH,$ dan HI , kemudian kita buka dan bentangkan, maka akan membentuk bangun datar seperti terlihat pada gambar (b). Gambar (b) tersebut merupakan jaring-jaring prisma segilima. Dapatkah kamu membuat jaring-jaring prisma segilima yang lainnya?

Math Info

Sumbangan besar dari matematika, khususnya geometri pada bidang arsitektur dan perancangan industri adalah proyeksi. Proyeksi digunakan untuk menunjukkan sisi-sisi dari benda tiga dimensi pada permukaan yang mempunyai dua dimensi.

2) Jaring-Jaring Limas

Perhatikan limas segitiga $T.ABC$ berikut!



Jika limas segitiga $T.ABC$ pada gambar (a) kita iris sepanjang rusuk $TA, TB,$ dan TC , kemudian kita buka dan bentangkan, maka akan terbentuk jaring-jaring limas seperti pada gambar (b).

Dari gambar (a), dapatkah kamu membuat jaring-jaring limas yang lainnya?

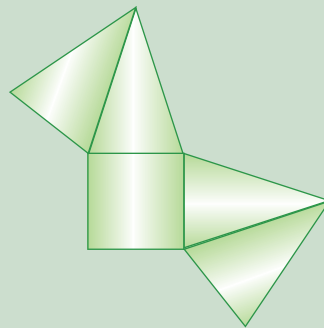
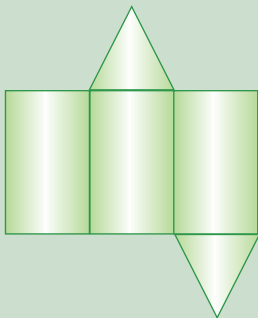
Tugas

Carilah masing-masing sebuah benda yang berbentuk prisma dan limas. Misalnya dus pembungkus minuman, makanan ataupun yang lainnya.

1. Irislah benda tersebut pada rusuk yang kamu inginkan, akan tetapi jangan sampai ada bidang yang terputus.
2. Buka dan bentangkan hasil irisan yang telah kamu buat.
3. Bandingkan jaring-jaring prisma dan limas yang kamu dapatkan dengan hasil jaring-jaring prisma dan limas temanmu.
4. Buatlah kesimpulan berdasarkan kegiatan ini.

Latihan Soal

1. Jiplak kedua gambar di bawah ini! Kemudian gunting gambar tersebut menurut garis tepinya, lipatlah menurut garis persekutuan bidangnya! Berbentuk apakah bangun tersebut?



2. Gambarlah bangun-bangun ruang berikut beserta jaring-jaringnya!
 - a. Prisma layang-layang dan jaring-jaringnya.
 - b. Limas segilima beraturan dan jaring-jaringnya.
 - c. Limas belah ketupat dan jaring-jaringnya.
 - d. Prisma segitiga dan jaring-jaringnya.
 - e. Prisma trapesium dan jaring-jaringnya.

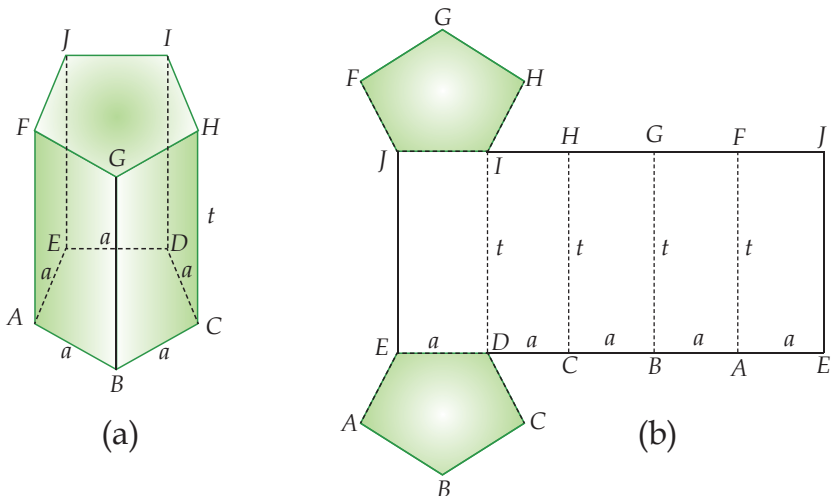
E Luas Permukaan Prisma dan Limas

Kalian telah mempelajari bahwa luas permukaan bangun ruang dapat ditentukan dengan menghitung jumlah luas-luas bidang yang membatasinya. Hal ini juga berlaku pada limas dan prisma.

Luas permukaan prisma dan limas dapat ditentukan dengan menghitung luas bidang yang membatasinya, yaitu luas dari jaring-jaringnya.

1 Luas Permukaan Prisma

Misalkan kita memiliki prisma segilima $ABCDE.FGHIJ$ seperti terlihat pada gambar (a) dan bentuk jaring-jaringnya pada gambar (b). Maka luas permukaan prisma adalah sebagai berikut.



Luas permukaan prisma segilima $ABCDE.FGHIJ$ = luas bidang $EABCD$ + luas bidang $IHGFI$ + luas bidang $EDIJ$ + luas bidang $DCHI$ + luas bidang $CBGH$ + luas bidang $BAFG$ + luas bidang $AEJF$

Karena bidang alas dan bidang tutup prisma kongruen, maka luas $EABCD$ = luas $IHGFI$, sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk berikut.

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan prisma} &= \text{luas bidang } EABCD + \text{luas bidang } \\ &EABCD + a \times t + a \times t + a \times t + a \times t + a \times t \\ &= 2 \times \text{luas } EABCD + (a + a + a + a + a) \times t \\ &= (2 \times \text{luas alas}) + (\text{keliling alas} \times \text{tinggi prisma}) \end{aligned}$$

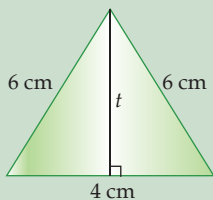
Maka untuk setiap prisma berlaku rumus:

$$\text{Luas permukaan prisma} = (2 \times \text{luas alas}) + (\text{keliling alas} \times \text{tinggi prisma})$$

Contoh

Alas sebuah prisma berbentuk segitiga sama kaki dengan panjang sisi-sisinya 6 cm, 6 cm dan 4 cm. Jika tinggi prisma 9 cm, hitunglah luas permukaan prisma tersebut!

Penyelesaian:



Terlebih dahulu kita harus mencari tinggi segitiga alasnya.

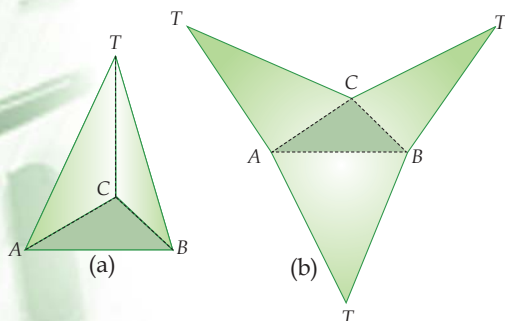
$$\begin{aligned} t &= \sqrt{6^2 - 2^2} \\ &= \sqrt{36 - 4} \\ &= \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm} \\ &= 5,66 \text{ cm} \end{aligned}$$

Luas permukaan prisma

$$\begin{aligned} &= 2 \times \text{luas alas} + (\text{keliling alas} \times \text{tinggi prisma}) \\ &= (2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 5,66) + [(6 + 6 + 4) \times 9] \\ &= 22,63 + 144 = 166,63 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

2) Luas Permukaan Limas

Perhatikan limas segitiga $T.ABC$ pada gambar (a) dan jaring-jaring limas pada gambar (b). Luas permukaan limas tersebut adalah sebagai berikut.



Luas permukaan limas $T.ABC$

$$\begin{aligned} &= \text{luas bidang } ABC + \text{luas bidang } TAB + \\ &\quad \text{luas bidang } TBC + \text{luas bidang } TCA \\ &= \text{luas alas} + \text{luas } \Delta TAB + \text{luas } \Delta TBC + \\ &\quad \text{luas } \Delta TCA \\ &= \text{luas alas} + \text{jumlah luas semua segitiga} \\ &\quad \text{tegak} \end{aligned}$$

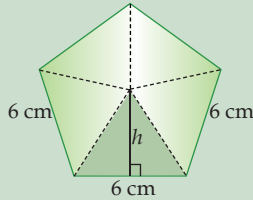
Maka untuk setiap limas berlaku rumus:

$$\text{Luas permukaan limas} = \text{luas alas} + \text{jumlah luas semua segitiga tegak}$$

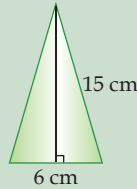
Contoh

Alas sebuah limas beraturan berbentuk segilima dengan panjang sisi 6 cm. Jika tinggi segitiga pada bidang tegak 15 cm, tentukanlah luas alas dan luas permukaan limas tersebut!

Penyelesaian:



Bidang alas



Bidang tegak

Untuk menghitung luas alasnya, kita harus menghitung tinggi segitiga pada alas limas.

$$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Maka luas alas = $5 \times$ luas Δ

$$= 5 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 45\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 77,94 \text{ cm}^2$$

Luas permukaan limas

$$= \text{luas alas} + (5 \times \text{luas } \Delta \text{ bidang tegak})$$

$$= 77,94 + (5 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 15)$$

$$= 77,94 + 225$$

$$= 302,94 \text{ cm}^2.$$

Latihan Soal

1. Alas sebuah prisma berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal 20 cm dan 15 cm. Hitunglah luas permukaan prisma tersebut jika tinggi prisma adalah 12 cm!
2. Alas sebuah prisma berbentuk trapesium dengan panjang sisi sejajarnya 18 cm dan 12 cm, serta tinggi trapesium tersebut adalah 6 cm. Hitunglah luas permukaan prisma jika tinggi prisma adalah 9 cm!
3. Alas sebuah limas berbentuk segitiga sebarang dengan panjang sisi-sisinya 6 cm, 9 cm, dan 11 cm. Hitunglah luas permukaan limas tersebut jika tinggi limas 10 cm!
4. Alas sebuah limas berbentuk persegi dengan panjang sisi 12 cm. Hitunglah luas permukaan limas tersebut jika tinggi limas 12 cm!

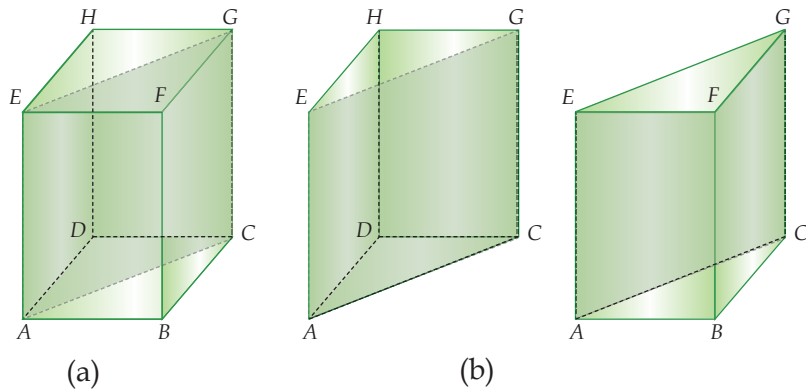
- Sebuah dus kemasan coklat berbentuk prisma segilima beraturan dengan panjang sisi 3 cm. Jika tinggi dus kemasan coklat tersebut 13 cm, berapakah luas dus kemasan coklat tersebut?
- Sebuah lilin aroma terapi berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi dengan panjang sisi 24 cm dan tinggi lilin 9 cm. Lilin tersebut dibungkus dengan plastik sehingga seluruh permukaannya tertutup. Hitunglah luas plastik untuk menutupi lilin tersebut!

F Volume Prisma dan Limas

Volume merupakan isi dari suatu bangun ruang. Volume bangun ruang dapat ditentukan dengan menggunakan rumus. Bagaimana menentukan rumus volume prisma atau limas?

1 Volume Prisma

Untuk menentukan rumus umum volume sebuah prisma, marilah kita tinjau rumus volume prisma segitiga. Rumus volume prisma segitiga dapat diturunkan dari rumus volume balok. Perhatikanlah gambar berikut ini.



Jika balok $ABCD.EFGH$ pada gambar (a) dibagi dua melalui bidang diagonal $ACGE$, maka akan diperoleh dua buah prisma segitiga, yaitu prisma $ACD.EGH$ dan prisma $ABC.EFG$. Karena bidang diagonal balok membagi balok menjadi dua bagian sama besar, maka volume balok sama dengan dua kali volume prisma segitiga. Maka volume prisma segitiga dapat dirumuskan:

$$\begin{aligned} \text{Volume prisma segitiga} &= \frac{1}{2} \times \text{volume balok } ABCD.EFGH \\ &= \frac{1}{2} \times AB \times BC \times CG \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times \text{luas bidang } ABCD \times CG \\
&= \frac{1}{2} \times (\text{luas } \triangle ABC + \text{luas } \triangle ACD) \times CG \\
&= \frac{1}{2} \times (2 \times \text{luas } \triangle ABC) \times CG \\
&= \text{luas } \triangle ABC \times CG \\
&= \text{luas alas} \times \text{tinggi prisma}
\end{aligned}$$

Apakah untuk menentukan rumus volume prisma yang lain dapat menggunakan rumus volume prisma segitiga? Perhatikan gambar di samping!

Jika prisma segienam beraturan kita iris pada bidang diagonal $ADJG$, bidang diagonal $BEKH$, dan bidang diagonal $CFLI$, maka kita akan mendapatkan enam buah prisma segitiga beraturan. Maka volume prisma segienam dapat dinyatakan dalam bentuk berikut.

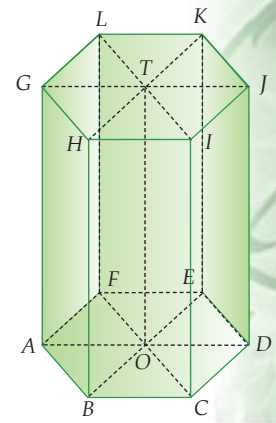
$$\begin{aligned}
\text{Volume prisma segienam } ABDEF.GHIJKL &= 6 \times \text{volume prisma segitiga } BCO.HIT \\
&= 6 \times \text{luas } BCO \times TO \\
&= \text{luas segienam } ABCDEF \times TO \\
&= \text{luas alas} \times \text{tinggi prisma}
\end{aligned}$$

Maka untuk setiap prisma berlaku rumus:

$$\text{Volume prisma} = \text{luas alas} \times \text{tinggi prisma}$$

Math Info

Bangsa Mesir kuno sudah dapat menghitung isi limas dengan rumus $\frac{1}{4} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$. Bandingkan dengan rumus volume limas yang digunakan saat ini!



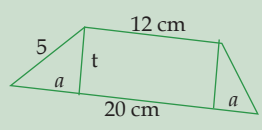
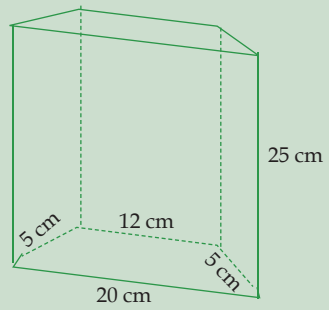
Contoh

Alas sebuah prisma berbentuk trapesium sama kaki dengan panjang sisi-sisi sejajarnya adalah 12 cm dan 20 cm, serta sisi miringnya 5 cm. Jika tinggi prisma tersebut 25 cm, hitunglah volume prisma!

Penyelesaian:

Sebelum mencari volume prisma, kita harus mencari luas prisma tersebut.

$$\begin{aligned}
2a &= 20 - 12 = 8 \\
a &= 4 \text{ cm} \\
t &= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} \\
&= 3 \text{ cm}
\end{aligned}$$

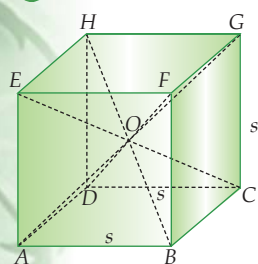


$$\text{Luas alas} = \frac{(20 + 12)}{2} \times 3 = \frac{32}{2} \times 3 = 16 \times 3 = 48 \text{ cm}^2$$

Jadi, volume prisma adalah:

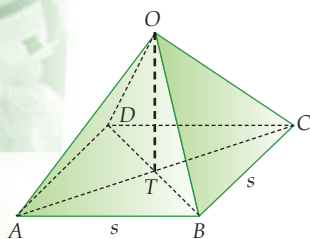
$$\begin{aligned} V &= \text{luas alas} \times \text{tinggi prisma} \\ &= 48 \times 25 = 1.200 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

2) Volume Limas



Untuk menentukan rumus volume limas, dapat dicari dengan bantuan sebuah kubus. Perhatikan gambar kubus di samping!

Jika kita membuat semua diagonal ruangnya maka diagonal-diagonal tersebut akan berpotongan pada satu titik dan membagi kubus $ABCD.EFGH$ menjadi enam limas segiempat yang kongruen. Dapatkah kamu menyebutkan nama dari keenam limas tersebut?



Dari uraian di atas dapat diperoleh bahwa luas enam limas segiempat sama dengan luas kubus. Dengan demikian:

$$\begin{aligned} \text{volume limas} &= \frac{1}{6} \times \text{volume kubus} \\ &= \frac{1}{6} \times s^3 = \frac{1}{6} \times s \times s \times s \\ &= \frac{1}{6} \times (s \times s) \times 2 \times \frac{1}{2} s \\ &= \frac{1}{6} \times 2 \times \text{luas bidang ABCD} \times \text{TO} \\ &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi limas} \end{aligned}$$

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi limas}$$

Contoh

Alas sebuah limas beraturan berbentuk persegi dengan panjang sisi 12 cm. Jika tinggi segitiga pada bidang tegaknya adalah 10 cm, hitunglah tinggi limas dan volume limas tersebut!

Penyelesaian:

Perhatikan gambar limas berikut!

Dari soal diketahui bahwa

$$AB = 12 \text{ cm}, TE = 10 \text{ cm}$$

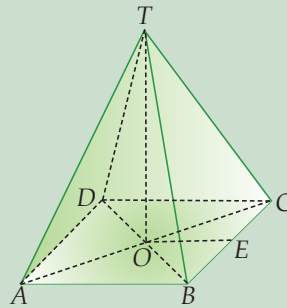
$$OE = AB : 2 = 12 : 2 = 6 \text{ cm}$$

Sehingga, tinggi limas adalah

$$\begin{aligned} TO &= \sqrt{TE - OE} = \sqrt{10^2 - 6^2} \\ &= \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Maka volume limas tersebut adalah

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi limas} \\ &= \frac{1}{3} \times (12 \times 12) \times 8 = 384 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$



3) Perubahan Volume Prisma dan Limas Jika Rusuknya Berubah

Volume prisma dan limas bergantung pada ukuran alas dan tinggi dari prisma dan limas tersebut. Jika ukuran alas dan tingginya kita ubah, maka volumenya pun akan berubah. Untuk mengetahui besar perubahan volume, kita dapat mencarinya dengan cara menghitung selisih volume sebelum dan setelah perubahan.

Contoh

Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Tinggi prisma 10 cm. Jika panjang sisi segitiga diperbesar dua kali, sedangkan tingginya tetap, berapakah besar perubahan volume prisma tersebut?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Volume mula-mula} &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi limas} \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times 10 = 20 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Panjang sisinya diperbesar menjadi dua kali, maka panjang sisinya menjadi 6 cm, 8 cm, dan 10 cm, sehingga

$$\begin{aligned} \text{Volume setelah diperbesar} &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi limas} \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8\right) \times 10 = 80 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Jadi, besar perubahan volume prisma = $80 \text{ cm}^3 - 20 \text{ cm}^3 = 60 \text{ cm}^3$.

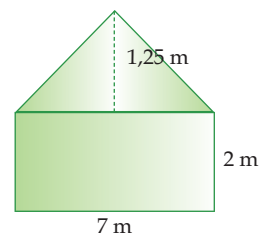
Latihan Soal

1. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga sama kaki dengan panjang sisi alanya 10 cm dan panjang kakinya 8 cm. Hitunglah volume prisma tersebut jika tinggi prisma 9 cm!
2. Alas sebuah prisma berbentuk persegi panjang dengan panjang 12 cm dan lebar 7 cm. Hitunglah volume prisma jika tingginya 11 cm!
3. Alas sebuah limas berbentuk persegi panjang dengan panjang 10 cm dan lebar 6 cm. Hitunglah volume limas tersebut jika tingginya 17 cm!
4. Alas sebuah limas berbentuk persegi. Volume limas tersebut adalah 64.000 cm^3 . hitunglah panjang sisi alas persegi jika tinggi limas 120 cm!
5. Sebuah dus minuman berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi. Panjang sisi alas 9 cm dan tingginya 6,5 cm. Berapa *ml*-kah volume dus minuman tersebut?
6. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi-sisinya 9 cm, 12 cm, dan 15 cm. Tinggi prisma tersebut 18 cm. Jika sisi-sisinya diperbesar $1\frac{1}{4}$ kali, hitunglah besar perubahan volume prisma tersebut!

Otak-Atik Matematika

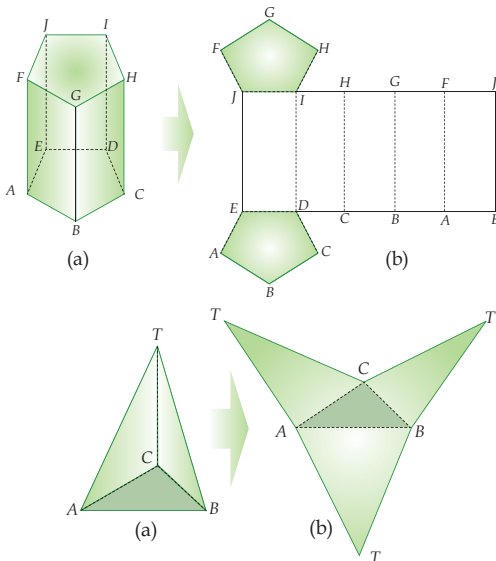


Sebuah tenda para pengungsi dibuat berbentuk prisma dengan bidang sejajarnya berbentuk seperti gambar di samping. Panjang tenda 7 m. Jika tenda tersebut diberi alas dan biaya pembuatan tenda untuk setiap 1 m^2 adalah Rp 22.500,00, hitunglah biaya pembuatan untuk 10 tenda!



Rangkuman

1. Prisma adalah bangun ruang yang memiliki sepasang bidang sejajar yang kongruen, serta bidang-bidang lainnya diperoleh dengan menghubungkan titik-titik sudut dari dua bidang yang sejajar.
2. Limas adalah bangun ruang yang memiliki satu alas dan bidang-bidang lainnya berbentuk segitiga yang bertemu pada satu titik puncak.
3. Menggambar prisma dan limas akan lebih mudah jika menggunakan kertas berpetak.
4. Jaring-jaring prisma dan limas merupakan rangkaian dari bangun datar yang apabila dilipat menurut garis persekutuan dua bidangnya akan membentuk prisma dan limas tersebut.



5. Luas permukaan prisma = $(2 \times \text{luas alas}) + (\text{keliling alas} \times \text{tinggi prisma})$.
6. Luas permukaan limas = luas alas + jumlah luas semua segitiga tegak.
7. Volume prisma = luas alas \times tinggi prisma.
8. Volume limas = $\frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi limas}$.

Uji Kemampuan

A. Pilihlah satu jawaban yang paling tepat, a, b, c, atau d! Tuliskan pada lembar jawabanmu!

- Sebuah prisma mempunyai alas berbentuk segi lima beraturan. Banyak bidang diagonal yang dapat dibentuk adalah
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
- Kerangka model limas dengan alas berbentuk persegi panjang mempunyai panjang 16 cm, lebar 12 cm, dan panjang rusuk tegaknya 24 cm. Panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka model limas tersebut adalah
 - 152 cm
 - 146 cm
 - 164 cm
 - 138 cm
- Alas sebuah limas beraturan berbentuk persegi dengan panjang sisi 26 cm dan tinggi segitiga bidang tegaknya 30 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah
 - 2.236 cm^2
 - 2.263 cm^2
 - 2.326 cm^2
 - 2.362 cm^2
- Alas sebuah limas berbentuk persegi dengan panjang 20 cm dan panjang rusuk tegaknya masing-masing 26 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah
 - 2.480 cm^2
 - 1.360 cm^2
 - 1.440 cm^2
 - 2.320 cm^2
- Sebuah limas alasnya berbentuk persegi panjang dengan ukuran $48 \text{ cm} \times 21 \text{ cm}$ dan tingginya 18 cm. Volume limas tersebut adalah
 - 5.758 cm^3
 - 6.048 cm^3
 - 7.138 cm^3
 - 8.048 cm^3
- Sebuah prisma alasnya berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal 16 cm dan 12 cm. Luas permukaan prisma tersebut jika tingginya 12 cm adalah
 - 216 cm^2
 - 264 cm^2
 - 672 cm^2
 - 726 cm^2
- Sebuah limas yang alasnya berbentuk persegi mempunyai luas alas 144 cm^2 . Jika tinggi limas 8 cm, hitunglah luas permukaan limas tersebut
 - 476 cm^2
 - 294 cm^2
 - 384 cm^2
 - 508 cm^2
- Alas limas berbentuk persegi dengan panjang alas 10 cm, tinggi segitiga bidang tegaknya 13 cm, maka tinggi limas tersebut adalah
 - 12 cm
 - 15 cm
 - 10 cm
 - 6 cm

9. Volume sebuah limas yang alasnya berbentuk persegi 400 cm^2 . Jika panjang sisi persegi 10 cm, maka tinggi segitiga bidang tegaknya adalah
- 12 cm
 - 4 cm
 - 13 cm
 - 40 cm
10. Sebuah prisma dengan alas berbentuk trapesium siku-siku mempunyai panjang sisi-sisi sejajarnya 8 cm dan 14 cm, sisi miring 17 cm dan tingginya 10 cm. Jika tinggi prisma tersebut 12 cm, maka luas permukaan prisma tersebut adalah
- 808 cm^2
 - 908 cm^2
 - 878 cm^2
 - 978 cm^2
11. Sebuah limas dengan alas berbentuk persegi dengan panjang sisi 40 cm. Jika tinggi pada bidang tegak segitiga 25 cm, maka volume limas tersebut adalah
- 10.000 cm^3
 - 8.000 cm^3
 - 24.000 cm^3
 - 9.000 cm^3
12. Sebuah kolam renang mempunyai panjang 40 m dan lebar 15 m. Kolam tersebut mempunyai dua kedalaman. Kedalaman yang paling dangkal 1 m dan yang paling dalam 3 m. Maka volume air yang dapat ditampung oleh kolam renang tersebut adalah
- 3.600 cm^3
 - 1.200 cm^3
 - 2.400 cm^3
 - 800 cm^3
13. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga sama kaki dengan panjang sisi alas 10 cm dan panjang sisi kakinya 13 cm. Maka volume prisma tersebut jika tingginya 15 cm adalah
- 720 cm^3
 - 800 cm^3
 - 750 cm^3
 - 900 cm^3
14. Volume sebuah limas 520 cm^3 . Jika alasnya berbentuk jajargenjang dengan panjang alas 12 cm dan tingginya 10 cm, maka tinggi limas tersebut adalah
- 15 cm
 - 11 cm
 - 13 cm
 - 16 cm
15. Sebuah prisma alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisinya 4 cm dan tinggi 10 cm. Berapakah perbandingan volume prisma jika panjang sisi alasnya diperbesar 3 kali dari ukuran semula
- 1 : 18
 - 1 : 9
 - 1 : 7
 - 1 : 5

B. Selesaikan soal-soal berikut ini!

- Gambarlah sebuah prisma segienam pada kertas berpetak dengan ukuran sisi-sisi alasnya 2 petak satuan dan tinggi limas 6 petak satuan.
 - Buatlah jaring-jaring prisma dari prisma yang telah kamu buat!
 - Lukislah salah satu bidang diagonal prisma tersebut!

2. Diketahui sebuah limas alasnya berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal 36 cm dan 48 cm. Tinggi limas 25 cm. Hitunglah:
 - a. luas alas
 - b. keliling alas
 - c. luas permukaan
 - d. volume
3. Volume sebuah limas yang alasnya berbentuk persegi adalah 3.456 cm^3 . Jika tinggi limas 32 cm, hitunglah panjang rusuk alas dan luas permukaan limas tersebut!
4. Sebuah prisma alasnya berbentuk segienam beraturan. Tinggi prisma 50 cm dan jumlah luas bidang tegaknya 6000 cm^2 . Hitunglah panjang rusuk alas dan volume prisma tersebut!
5. Sebuah menara berbentuk gabungan prisma dan limas dengan alas berbentuk persegi panjang. Ukuran sisinya, panjang 4 m, lebar 3 m, dan tinggi prisma 5 m. tinggi keseluruhan menara itu adalah 11 m. Sketsalah menara tersebut dan hitunglah volume menara tersebut!

KUNCI JAWABAN BAB 9

A. Pilihan Ganda

1. b
3. a
5. b
7. c
9. c
11. b
13. d
15. b

B. Uraian

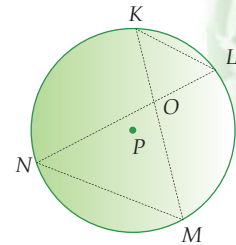
3. Rusuk = 18 cm
Luas permukaan = 1.521 cm^2
5. Volume = 84 cm^3

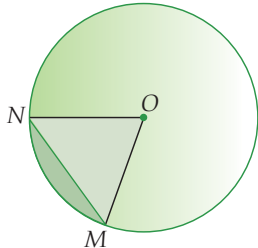
ULANGAN SEMESTER 2

A. Pilihlah satu jawaban yang paling tepat, a, b, c, atau d! Tuliskan pada lembar jawabanmu!

- Jika $\pi = 3,14$, maka luas lingkaran yang kelilingnya 50,24 cm adalah
 - 326,79 cm²
 - 200,96 cm²
 - 546,29 cm²
 - 365,39 cm²
- Panjang sisi-sisi segitiga siku-siku adalah 5 cm, 12 cm, dan 13 cm. Keliling lingkaran dalam segitiga tersebut adalah
 - 12,56 cm
 - 15,26 cm
 - 17,46 cm
 - 13,56 cm
- Sebuah taman berbentuk lingkaran dengan diameter 100 m. Sekeliling taman tersebut akan ditanami oleh pohon mangga setiap 50 cm-nya. Banyak pohon untuk mengelilingi taman tersebut adalah
 - 328 buah
 - 628 buah
 - 526 buah
 - 468 buah

- Besar $\angle MNL = 56^\circ$ dan $\angle NKL = 28^\circ$.
 Besar $\angle NOM$ adalah
 - 116°
 - 76°
 - 96°
 - 102°



- 
 Besar $\angle MON = 90^\circ$. Panjang jari-jari $OM = ON = 14$ cm. Luas daerah yang di arsir (tembereng) adalah
 - 56 cm²
 - 62 cm²
 - 59 cm²
 - 71 cm²

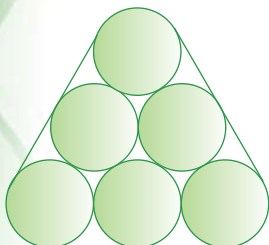
- Dua lingkaran dengan panjang jari-jari masing-masing 8 cm dan 2 cm. Jarak kedua pusat lingkaran 10 cm. Banyaknya garis singgung persekutuan dalam dan persekutuan luar kedua lingkaran tersebut berturut-turut adalah
 - 1 dan 2
 - 2 dan 1
 - 0 dan 2
 - 2 dan 0
- Panjang garis singgung melalui sebuah titik di luar lingkaran adalah 30 cm. Jika jari-jari lingkaran 16 cm, maka jarak antara titik pusat dengan pusat lingkaran adalah
 - 22 cm
 - 24 cm
 - 32 cm
 - 34 cm
- Jarak titik pusat lingkaran dengan sebuah titik yang berada di luar lingkaran adalah 78 cm. Panjang garis singgung yang melalui titik tersebut 72 cm. jari-jari lingkaran itu adalah

- a. 40 cm
- b. 35 cm
- c. 30 cm
- d. 25 cm

9. Jarak kedua pusat lingkaran adalah 39 cm, sedangkan panjang garis singgung persekutuan dalamnya 36 cm. Panjang jari-jari salah satu lingkaran adalah 8 cm. Panjang jari-jari yang lainnya adalah

- a. 5 cm
- b. 6 cm
- c. 7 cm
- d. 4 cm

10.



Lima buah paralon masing-masing berdiameter 14 cm diikat dengan seutas tambang seperti gambar di samping. Panjang tambang minimal yang digunakan untuk mengikat kelima paralon tersebut adalah

- a. 86 cm
- b. 128 cm
- c. 208 cm
- d. 230 cm

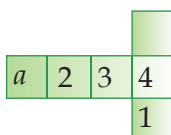
11. Banyaknya bidang diagonal kubus adalah

- a. 6
- b. 8
- c. 10
- d. 12

12. Perbandingan panjang, lebar dan tinggi sebuah balok adalah 10 : 3 : 5. Bila jumlah panjang rusuk balok 1.440 cm, maka tinggi balok adalah

- a. 60 cm
- b. 80 cm
- c. 200 cm
- d. 100 cm

13.



Berdasarkan gambar di samping, jika daerah a merupakan bidang alas dari sebuah kubus, maka bidang yang menjadi tutup adalah

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4

14. Sebuah kubus mempunyai panjang rusuk 9 cm. Jika panjang rusuknya diperpanjang menjadi 18 cm, maka volume kubus yang panjang rusuknya telah diperpanjang adalah

- a. 6.328 cm^2
- b. 5.832 cm^2
- c. 4672 cm^2
- d. 3064 cm^2

15. Sebuah balok berukuran panjang 19 cm, lebar 12 cm, dan tinggi 7 cm. Luas permukaan balok adalah

- a. 990 cm^2
- b. 790 cm^2
- c. 890 cm^2
- d. 690 cm^2

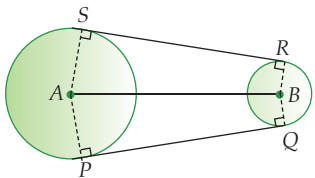
16. Sebuah prisma mempunyai alas berbentuk segi lima beraturan. Banyak bidang diagonal yang dapat dibentuk adalah

- a. 5
- b. 4
- c. 7
- d. 6

17. Sebuah limas alasnya berbentuk persegi panjang dengan ukuran $48 \text{ cm} \times 21 \text{ cm}$ dan tinggi 15 cm . Volume limas tersebut adalah
 - a. 5.040 cm^3
 - b. 4.050 cm^3
 - c. 6.208 cm^3
 - d. 8.062 cm^3
18. Kerangka model limas alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisi-sisinya 16 cm , dan panjang rusuk tegaknya 25 cm . Panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka model limas tersebut adalah
 - a. 1.620 cm
 - b. $1,62 \text{ m}$
 - c. 162 dm
 - d. $16,2 \text{ dam}$
19. Sebuah prisma alasnya berbentuk layang-layang dengan panjang diagonal 19 cm dan 12 cm . Volume prisma jika tinggi prisma 11 cm adalah
 - a. 2.508 cm^3
 - b. 1.524 cm^3
 - c. 2.058 cm^3
 - d. 1.254 cm^3
20. Sebuah kolam renang mempunyai panjang 40 m dan lebar 15 m . Kolam tersebut mempunyai dua kedalaman. Kedalaman yang paling dangkal 1 m dan yang paling dalam 3 m . Maka volume air yang dapat ditampung oleh kolam renang tersebut adalah
 - a. 3.600 m^3
 - b. 2.400 m^3
 - c. 1.200 m^3
 - d. 800 m^3

B. Selesaikan soal-soal berikut ini!

1. Sebuah taman berbentuk lingkaran berjari-jari 40 m . Di sekeliling tepinya dibuat jalan melingkar mengelilingi taman yang lebarnya 2 m . Jika biaya untuk membuat jalan tiap 1 m^2 adalah Rp $25.000,00$, hitunglah biaya seluruh pembuatan jalan tersebut!

2.  Dua lingkaran berpusat di A dan B dengan $AS = 14 \text{ cm}$, $BR = 5 \text{ cm}$. Panjang garis singgung persekutuan luarnya $SR = PQ = 40 \text{ cm}$. Hitunglah luas daerah $PQRS$!

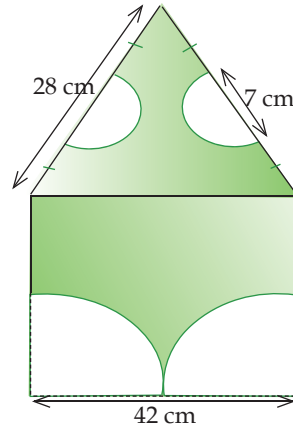
3. Sebuah menara berbentuk gabungan antara prisma dengan limas. Alas dari menara tersebut adalah persegi panjang. Ukuran dari menara tersebut adalah panjang 4 m , lebar 3 m , dan tinggi prisma 5 m .
Buatlah sketsa dari menara tersebut, kemudian hitung volume menara apabila diketahui tinggi keseluruhan menara adalah 11 m !
4. Sebuah kolam ikan yang berbentuk balok mempunyai ukuran panjang 6 m , lebar 5 m , dan tinggi 2 m .
 - a. Berapa liter air yang dapat ditampung oleh kolam ikan tersebut!

b. Air dari kolam ikan tersebut akan dipindahkan ke dalam kolam ikan lainnya. Berapa lebar kolam ikan yang baru jika ukuran panjang dan tinggi kolam ikan yang baru berturut-turut 8 m dan 2,5 m!

5. Volume sebuah balok adalah 4.096 cm^3 . Jika perbandingan antara panjang, lebar, dan tinggi balok adalah $4 : 2 : 1$, hitunglah ukuran masing-masing sisi balok tersebut!

6. Perhatikan gambar di samping!
Berdasarkan gambar di samping, hitunglah:

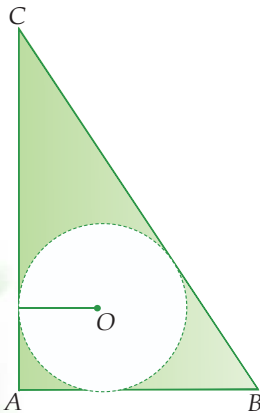
- Keliling daerah yang diarsir
- Luas daerah yang diarsir



7. Dua buah lingkaran mempunyai perbandingan jari-jari sebesar $2 : 3$. Jika kedua jari-jari lingkaran tersebut diperpanjang menjadi 2 kali lipatnya, tentukan:

- Tentukan jari-jari kedua lingkaran jika jumlah kedua jari-jari adalah 70 cm
- Volume sebelum dan sesudah perubahan jari-jari

8. Perhatikan gambar berikut ini!



Jika diketahui panjang $BC = 26 \text{ cm}$, dan perbandingan antara panjang AB dengan panjang AC adalah $5 : 13$. Tentukan:

- Luas lingkaran jika diameternya = $AB - 3$
- Luas $\triangle ABC$
- Luas daerah yang diarsir

9. a. Alas sebuah limas berbentuk persegi dengan panjang sisi 14 cm. Tinggi segitiga pada sisi tegaknya 25 cm. Tentukan volume limas tersebut!

b. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi-sisinya 15, 20, dan 25. Jika tinggi prisma 18 cm, tentukan volume prisma tersebut!

c. Tentukan luas permukaan limas!

d. Tentukan luas permukaan prisma tersebut!

10. a. Tentukan ukuran rusuk yang mungkin dari suatu balok jika diketahui volume dan luas permukaannya berturut-turut 672 l dan 472 dm^2 !
- b. Hitung volume awal kubus jika perbandingan rusuk kubus awal dan akhir sebesar $3 : 5$, dan besar volume akhir 3.375 cm^3 !
- c. Sebuah kubus yang sisinya berukuran 10 cm akan disimpan ke dalam sebuah kardus yang berbentuk balok dengan ukuran $150 \text{ cm} \times 120 \text{ cm} \times 90 \text{ cm}$. Tentukan jumlah kubus yang dapat ditampung oleh kardus tersebut!

KUNCI JAWABAN SEMESTER 2

A. Pilihan Ganda

1. b
3. b
5. a
7. d
9. c
11. a
13. c
15. c
17. a
19. d

B. Uraian

1. Rp 13.000.000,00
3. 84 m^3
5. 32 cm , 16 cm , 8 cm .
7. a. $r_1 = 28 \text{ cm}$
 $r_2 = 42 \text{ cm}$
9. a. 1.568 cm^3
c. 956 cm^2